

# 1 Zur Modellierung trigonometrischer Funktionen

Grundlegende Ableitungsformeln		
Konstantenregel	$f(x) = a$	$f'(x) = 0$
Potenzregel	$f(x) = x^n$	$f'(x) = n \cdot x^{n-1}$
Sinus	$f(x) = \sin x$	$f'(x) = \cos x$
Cosinus	$f(x) = \cos x$	$f'(x) = -\sin x$
e-Funktion	$f(x) = e^x$	$f'(x) = e^x$
Summenregel	$f(x) = g(x) + h(x)$	$f'(x) = g'(x) + h'(x)$
Faktorregel	$f(x) = a \cdot g(x)$	$f'(x) = a \cdot g'(x)$
Kettenregel	$f(x) = g(\square)$	$f'(x) = g'(\square) \cdot (\square)'(x)$
Produktregel	$f(x) = u(x) \cdot v(x)$	$f'(x) = u'(x) \cdot v(x) + u(x) \cdot v'(x)$

Die Parameter einer allgemeinen Sinusfunktion mit dem Funktionsterm

$$f(x) = a \cdot \sin(b(x - c)) + d$$

ermittelt man aus einem Graphen oder der entsprechenden Wertetabelle so: Zunächst bestimmt man den größten Funktionswert (Maximum) und den kleinsten Funktionswert (Minimum). Dann gilt für die Parameter:

$a$  (Amplitude) ist die halbe Differenz von Maximum und Minimum,  $a = \frac{Max - Min}{2}$ ,

$b$  („Frequenz“) ist der Quotient aus  $2\pi$  und der Periodenlänge  $T$ ,  $b = \frac{2 \cdot \pi}{T}$ ,

$c$  („Phasenverschiebung“) ist die erste positive Stelle, an der der Funktionswert  $d$  beträgt und der Funktionsgraph ansteigt,  $f(c) = d \wedge f'(c) > 0$ ,

$d$  („Vertikalverschiebung“) ist der Mittelwert aus Maximum und Minimum,  $d = \frac{Max + Min}{2}$ .

Die Periode  $T$  ist der doppelte Betrag der Differenz der ersten positiven Extremalstellen  $T = 2 \cdot |x_{Max} - x_{Min}|$ , bzw. der Abstand zwischen zwei Maximal- bzw. zwischen 2 Minimalstellen.

Symmetrie (Achsensymmetrie bzgl. Parallelen zur y-Achse, die durch Extremstellen gehen, YAS bei  $\cos x$  und OPS bei  $\sin x$ ) und die Periode  $2\pi$  spiegeln sich in den folgenden Identitäten wieder:

$$\sin(-x) = -\sin(x) \quad (1)$$

$$\cos(-x) = \cos(x) \quad (2)$$

$$\sin(x + 2\pi) = \sin x \quad (3)$$

$$\cos(x + 2\pi) = \cos x \quad (4)$$

$$\sin(\pi/2 - x) = \cos x \quad (5)$$

$$\cos(\pi/2 - x) = \sin x \quad (6)$$

$$\sin(x + \pi/2) = \cos x \quad (7)$$

$$\cos(x + \pi/2) = -\sin x \quad (8)$$

$$\sin(\pi - x) = \sin x \quad (9)$$

$$\cos(\pi - x) = -\cos x \quad (10)$$

$$\sin(x + \pi) = -\sin x \quad (11)$$

$$\cos(x + \pi) = -\cos x \quad (12)$$

$$\cos(2\pi - x) = \cos(x) \quad (13)$$

$$\sin x = \sin(\pi - x) \quad \text{bzw.} \quad \sin x = \sin(180^\circ - x) \quad (14)$$

$$\cos x = -\cos(\pi - x) \quad \text{bzw.} \quad \cos x = -\cos(180^\circ - x) \quad (15)$$

## 1.1 Zahlenwerte und Graphen

Winkel (DEG)	RAD	num.	sin x	cos x
0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	1,0000
10,0000		0,1745	0,1736	0,9848
20,0000		0,3491	0,3420	0,9397
30,0000	$\pi/6$	0,5236	0,5000	0,8660
40,0000		0,6981	0,6428	0,7660
45,0000	$\pi/4$	0,7854	0,7071	0,7071
50,0000		0,8727	0,7660	0,6428
60,0000	$\pi/3$	1,0472	0,8660	0,5000
70,0000		1,2217	0,9397	0,3420
80,0000		1,3963	0,9848	0,1736
90,0000	$\pi/2$	1,5708	1,0000	0,0000
100,0000		1,7453	0,9848	-0,1736
110,0000		1,9199	0,9397	-0,3420
120,0000	$2\pi/3$	2,0944	0,8660	-0,5000
130,0000		2,2689	0,7660	-0,6428
140,0000		2,4435	0,6428	-0,7660
150,0000	$5\pi/6$	2,6180	0,5000	-0,8660
160,0000		2,7925	0,3420	-0,9397
170,0000		2,9671	0,1736	-0,9848
180,0000	$\pi$	3,1416	0,0000	-1,0000
190,0000		3,3161	-0,1736	-0,9848
200,0000		3,4907	-0,3420	-0,9397
210,0000	$7\pi/6$	3,6652	-0,5000	-0,8660
220,0000		3,8397	-0,6428	-0,7660
230,0000		4,0143	-0,7660	-0,6428
240,0000	$4\pi/3$	4,1888	-0,8660	-0,5000
250,0000		4,3633	-0,9397	-0,3420
260,0000		4,5379	-0,9848	-0,1736
270,0000	$3\pi/2$	4,7124	-1,0000	0,0000
280,0000		4,8869	-0,9848	0,1736
290,0000		5,0615	-0,9397	0,3420
300,0000	$5\pi/3$	5,2360	-0,8660	0,5000
310,0000		5,4105	-0,7660	0,6428
320,0000		5,5851	-0,6428	0,7660
330,0000	$11\pi/6$	5,7596	-0,5000	0,8660
340,0000		5,9341	-0,3420	0,9397
350,0000		6,1087	-0,1736	0,9848
360,0000	$2\pi$	6,2832	0,0000	1,0000

$$\pi \approx 3,14159265358979323846$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} \approx 0,707106781186548$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} \approx 0,866025403784439$$

Periodische Vorgänge, z.B. Schwingungen mit der Amplitude  $y_{\max}$  und der Periode  $T$ , auch als Projektion einer Kreisdrehung mit der Winkelgeschwindigkeit  $\omega = \frac{2\pi}{T}$ :

