

1 Klebstoff

Ein Klebstoffhersteller mischt in der ersten Stufe aus drei Grundstoffen G_1, G_2, G_3 drei Zwischenprodukte Z_1, Z_2, Z_3 und stellt daraus in der zweiten Stufe zwei Klebersorten K_1 und K_2 her. Gegeben sind die zugehörigen Matrizen

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 6 & 3 \\ 1 & 1 \\ 6 & 1 \end{pmatrix}$$

1.1 Berechnungsweg und Kosten

- Erstellen Sie für den zweistufigen Produktionsprozess das zugehörige Verflechtungsdiagramm (Gozintograph).
- Zeigen Sie für ausgewählte Elemente mithilfe von Matrizenrechnung wie sich C aus A und B ergibt, und dass somit C die erforderlichen Mengen der Grundstoffe pro Mengeneinheit (ME) Kleber beschreibt.
- Es werden 20 ME K_1 und 30 ME K_2 bestellt. Bestimmen Sie jeweils die Mengen der Grundstoffe für diese Bestellung.
- Die Kosten der Grundstoffe pro ME betragen für G_1 45 ct, für G_2 25 ct und für G_3 40 ct. Berechnen Sie mithilfe Matrix-Vektor-Operation die Kosten für jeweils eine ME K_1 und K_2 .

1.2 Restbestand

Ein Restbestand von 38 ME G_1 , 8 ME G_2 und 34 ME G_3 soll verbraucht werden.

- Bestimmen Sie die ME von Z_1, Z_2 und Z_3 die damit produziert werden.

1.3 Matrix-Vektor-Gleichung

Gegeben ist

$$C \cdot \begin{pmatrix} k_1 \\ k_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 60 \\ 15 \\ g_3 \end{pmatrix}$$

- Bestimmen Sie mithilfe einer Rechnung die Unbekannten k_1, k_2 und g_3 .
- Interpretieren Sie die Werte von k_1, k_2 und g_3 im Sachzusammenhang.

1.4 Inverse

Setzt man in folgender Matrix A^{-1} passende Werte für a und b ein, so ist A^{-1} die Inverse zu der Matrix A .

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} -1 & a & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 2 & -4 & b \end{pmatrix}, \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

- Bestimmen Sie ohne Einsatz eines Rechners für jeweils a und b eine passende Zahl.
- Zeigen Sie allgemein mithilfe von Umformungen, dass aus $M \cdot \vec{x} = \vec{y}$ die Gleichung $\vec{x} = M^{-1} \vec{y}$ folgt, wenn M eine quadratische Matrix und M^{-1} die inverse Matrix zu M ist.