

**Quadratische Funktion**

Vgl. LS S. 23 und Postel S.70

Datum

Oktober 2008

Diskutiere die Funktion  $f(x) = -x^2 + 4x - 1$  (vgl. LS S. 23 Fig. 1).

Hierzu wollen wir  $f(x)$  auf Scheitelpunktform (SpF) bringen mittels quadratischer Ergänzung.  $-f(x) = x^2 - 4x + 1$ , die  $x$ -Terme sind  $x^2 - 4x$ , welches man aus  $(x - 2)^2 = x^2 - 4x + 4$  erhalten würde, also machen wir die quadratischer Ergänzung (qE) mit  $2^2 = +4$  auf beiden Seiten der Gleichung:  $+4 - f(x) = x^2 - 4x + 4 + 1$ . Die rechte Seite schreibt man als binomischen Term als  $(x - 2)^2 + 1$  und stellt die Gleichung wieder auf  $f(x) = -(x - 2)^2 + 3$  um (ÜBUNG!).

Aus der Normalform der Funktion  $f(x) = -x^2 + 4x - 1$  sieht man, dass die Funktion nach unten offen ist ( $-$ ) mit dem Streckfaktor  $a = -1$  (also eine verschobene Normalparabel) und dass der Schnittpunkt mit der  $y$ -Achse bei  $S_y(0 | -1)$  liegt.

Die soeben erhaltene SpF gibt aber noch mehr Informationen preis:

$f(x) = -(x - 2)^2 + 3$ , wie der Name schon sagt, den Scheitelpunkt  $S(2|3)$ , d.h. die Funktion ist zu der Achse parallel zur  $y$ -Achse bei  $x = 2$  achsensymmetrisch. Wegen dem negativen Vorzeichen ( $-$ ) ist die Funktion nach unten offen, d.h. der Scheitelpunkt  $S(2|3)$  ist ein Maximum, d.h. die Funktion ist für  $x < 2$  streng monoton steigend und für  $x > 2$  streng monoton fallend. Da der maximale Wert  $y_{\max} = 3 > 0$  ist, muss es zwei Nullstellen geben, die man mittels pq-Formel oder qE berechnen kann.

Die SuS sollten die Funktion im Bereich  $-1 \leq x \leq 4$  skizzieren, was mittels Normalparabelschablone und Kenntnis des Scheitelpunktes eine recht einfache Übung ist, die in folgender genauen Zeichnung münden kann:

