

FOS — Lösungsblatt Steckbriefaufgaben

Datum

Die mathematische Übersetzung zur Koeffizientenbestimmung

22. Januar 2008

Wir gehen für jede der u.g. Aussagen davon aus, dass $f(x)$ eine ganzrationale Funktion 3. Grades sei. \Rightarrow Ansatz:

$$f(x) = a \cdot x^3 + b \cdot x^2 + c \cdot x + d$$

$$f'(x) = 3 \cdot a \cdot x^2 + 2 \cdot b \cdot x + c$$

$$f''(x) = 6 \cdot a \cdot x + 2 \cdot b$$

Aussage	mathematische Übersetzung	Gleichung(en)
$P(-1 3)$ ist Punkt des Graphen.	$f(-1) = 3$	$a \cdot (-1)^3 + b \cdot (-1)^2 + c \cdot (-1) + d = 3$ $-a + b - c + d = 3$
Der Graph geht durch $P(2 2)$.		$8a + 4b + 2c + d = 2$
Bei $x = 5$ liegt ein Hochpunkt.	$f'(5) = 0$	$75a + 10b + c = 0$
$Q(2 3)$ ist Wendepunkt, die Wendetangente hat die Steigung 3.	$f(2) = 3$	$8a + 4b + 2c + d = 3$
	$f''(2) = 0$	$12a + 2b = 0$
	$f'(2) = 3$	$12a + 4b + c = 3$ $2b + c = 3$
Der Graph berührt bei $x = 3$ die x-Achse.	$f(3) = 0$ $(f'(3) = 0)$	$27a + 9b + 3c + d = 0$ $(27a + 6b + c = 0)$
Bei $x = -4$ ist eine Nullstelle.		$-64a + 16b - 4c + d = 0$
Der Graph geht durch den Ursprung.		$d = 0$
Die Funktion ist punktsymmetrisch zum Ursprung.	$f(x) = -f(-x)$	$b = 0$
	$\Rightarrow f(x) = ax^3 + cx$	$d = 0$
Der Graph schneidet die x-Achse bei $x = 2$ mit der Steigung -3.		$8a + 4b + 2c + d = 0$
		$12a + 4b + c = -3$
Im Schnittpunkt mit der y-Achse hat der Graph eine waagerechte Tangente.		$c = 0$
Bei $P(2 1)$ ist ein Sattelpunkt.		$8a + 4b + 2c + d = 0$
		$12a + 4b + c = 0$
		$12a + 2b = 0$
Die Gleichung der Tangente in $P(4 14)$ heißt $t(x) = 3 \cdot x + 2$	$f(4) = 14$	$64a + 16b + 4c + d = 14$
	$f'(4) = 3$	$48a + 8b + c = 3$