

Kurvendiskussion und Flächenberechnung

1. Für die Funktion $f(x) = 8x^3 - 24x^2 + 16x$ sind folgende Untersuchungen durchzuführen:
 - a) Gib den Definitionsbereich der Funktion f an.
 - b) Untersuche das Verhalten der Funktion f für große x -Werte.
 - c) Ermittle die Schnittpunkte der Funktion f mit den Koordinatenachsen.
 - d) Berechne alle lokalen Extremstellen und die Wendestellen der Funktion f .
 - e) Stelle den Graphen der Funktion f in einem geeignetem Koordinatensystem dar.
 - f) Die Tangente der Funktion f im Punkt $(1|0)$ und die Koordinatenachsen bilden ein Dreieck. Zeichne dieses Dreieck in die grafische Darstellung der Funktion f und berechne dessen Flächeninhalt. **(Momentan schwer)**
2. Bestimme eine ganzrationale Funktion 2. Grades, welche bei $x_E = 3$ eine lokale Extremstelle und im Punkt $(2|1)$ die Gleichung $t : y = 2x - 3$ als Tangente an der Funktion besitzt. **(Momentan schwer)**
3. Berechne den lokalen Extrempunkt der Funktion $h_t(x) = 2x^2 + 2tx - 2$ mit $x \in \mathbb{R}$ und $t \in \mathbb{R}$. Ermittle die Kurve aller Extrempunkte. Stelle die Funktion h_t und die Kurve aller Extrempunkte für $t = -2$ in einem geeigneten Koordinatensystem dar.



Lösungen

1. $f(x) = 8x^3 - 24x^2 + 16x$

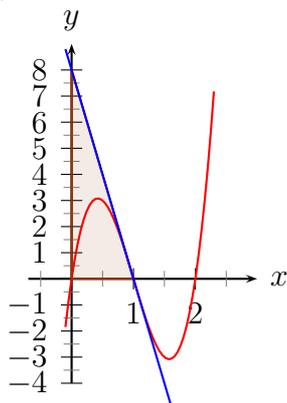
a) $\mathbb{D} = \mathbb{R}$

b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$ und $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty$

c) $S_y = N_1(0|0), N_2(1|0), N_3(2|0)$

d) $H(0,42 | 3,08), T(1,58 | -3,08), W(1 | 0)$

e) Graphische Darstellung der Funktion f



$$f(x) = 8x^3 - 24x^2 + 16x$$

$$f) t : y = -8x + 8, A = \frac{a \cdot b}{2} = 4 \text{ FE}$$

2. $f(x) = ax^2 + bx + c, f'(x) = 2ax + b$

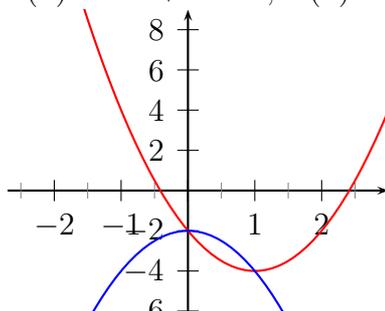
$$f'(3) = 0 \quad 6a + b = 0 \quad a = -1$$

$$f(2) = 1 \quad 4a + 2b + c = 1 \quad b = 6$$

$$f'(2) = 2 \quad 4a + b = 2 \quad c = -7$$

$$g(x) = -x^2 + 6x - 7$$

3. $h(x) = 2x^2 + 2tx - 2, h'(x) = 4x + 2t, x_E = -0,5t, y_E = -0,5t^2 - 2, y_E = -2x_E^2 - 2$



$$h(x) \text{ für } t = -2$$

Kurve aller Extrempunkte $y_E(x_E)$